

**ĐÁP ÁN HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP
HỖ TRỢ HỌC SINH LỚP 11 HỌC TẬP TRỰC TUYẾN
TRONG THỜI GIAN NGHỈ PHÒNG DỊCH COVID-19
PHẦN 1: GIẢI TÍCH**

**I. ĐÁP ÁN BÀI 1-CHƯƠNG IV: GIỚI HẠN DÃY SỐ (KHDH 4 tiết từ tiết 53 đến 56)
BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	11.A	21.B	31.A	41.B	51.D
2.A	12.C	22.C	32.B	42.C	52.B
3.B	13.B	23.B	33.C	43.B	53.C
4.C	14.C	24.B	34.C	44.B	54.C
5.D	15.D	25.D	35.D	45.D	55.B
6.A	16.B	26.A	36.A	46.A	56.B
7.D	17.B	27.C	37.A	47.A	57.B
8.C	18.D	28.B	38.B	48.C	58.A
9.C	19.D	29.B	39.C	49.A	59.C
10.B	20.A	30.C	40.A	50.D	60.A

GỢI Ý MỘT SỐ CÂU KHÓ TRONG BÀI

Câu 53: Ta có

$$S = \underbrace{1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots + \cos^{2n} x + \dots}_{\text{CSN lnh: } u_1=1, q=\cos^2 x} = \frac{1}{1 - \cos^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}. \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 54: Ta có

$$S = \underbrace{1 - \sin^2 x + \sin^4 x - \sin^6 x + \dots + (-1)^n \cdot \sin^{2n} x + \dots}_{\text{CSN lnh: } u_1=1, q=-\sin^2 x} = \frac{1}{1 + \sin^2 x}. \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 55: Ta có $\tan \alpha \in (0;1)$ với mọi $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$, do đó

$$S = \underbrace{1 - \tan \alpha + \tan^2 \alpha - \tan^3 \alpha + \dots}_{\text{CSN lnh: } u_1=1, q=-\tan \alpha} = \frac{1}{1 + \tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)}. \quad \text{Chọn B.}$$

Câu 56: Ta có $0,5111\dots = 0,5 + 10^{-2} + 10^{-3} + \dots + 10^{-n} + \dots$

Dãy số $10^{-2}; 10^{-3}; \dots; 10^{-n}; \dots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu bằng $u_1 = 10^{-2}$, công bội bằng $q = 10^{-1}$ nên $S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{10^{-2}}{1 - 10^{-1}} = \frac{1}{90}$.

$$\text{Vậy } 0,5111\dots = 0,5 + S = \frac{46}{90} = \frac{23}{45} \longrightarrow \begin{cases} a = 23 \\ b = 45 \end{cases} \longrightarrow T = a + b = 68. \quad \text{Chọn B.}$$

Câu 57: Ta có

$$A = 0,353535\dots = 0,35 + 0,0035 + \dots = \frac{35}{10^2} + \frac{35}{10^4} + \dots = \frac{35}{10^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{10^2}} = \frac{35}{99} \Rightarrow \begin{cases} a = 35 \\ b = 99 \end{cases} \Rightarrow T = 3465.$$

Chọn B.

Câu 58: Ta có

$$B = 5,231231\dots = 5 + 0,231 + 0,000231 + \dots = 5 + \frac{231}{10^3} + \frac{231}{10^6} + \dots = 5 + \frac{231}{1 - \frac{1}{10^3}} = 5 + \frac{231}{999} = \frac{1742}{333} \longrightarrow \begin{cases} a = 1742 \\ b = 333 \end{cases} \Rightarrow T = 1409$$

Chọn A.

Câu 59: Người ta xây dựng một hình tháp bằng cách xếp các khối lập phương chồng lên nhau theo quy luật khối lập phương phía trên có độ dài của một cạnh bằng $\frac{2}{3}$ độ dài của một cạnh của khối lập phương ở liền phía dưới của nó. Giả sử khối lập phương ở dưới cùng có độ dài của một cạnh là $5m$. Gọi S là chiều cao tối đa của tháp có thể xây dựng được. Chọn đáp án đúng.

A. $5 < S < 8$.

B. $8 < S < 12$.

C. $12 < S < 16$.

D. $16 < S < 20$.

Chọn C.

Chiều cao của các khối lập phương theo thứ tự từ dưới lên là

$$5, 5 \cdot \frac{2}{3}, 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2, 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3, \dots$$

Từ đó ta thấy chiều cao của các khối lập phương từ dưới lên là một cấp số nhân có số hạng đầu là $u_1 = 5$ và công bội $q = \frac{2}{3}$.

$$\text{Do đó } S < \frac{u_1}{1 - q} = \frac{5}{1 - \frac{2}{3}} = 15m$$

Câu 60: Cho dãy số xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2} \right); n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính u_{2020} .

A. $u_{2020} = \frac{2^{2018}}{3^{2019}} + \frac{1}{2021}$.

B. $u_{2020} = \frac{2^{2018}}{3^{2019}} + \frac{1}{2020}$.

C. $u_{2020} = \frac{2^{2019}}{3^{2018}} + \frac{1}{2021}$.

D. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$.

Chọn A.

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2} \right) = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1} \right) = \frac{2}{3} u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n+1}.$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3} \left(u_n - \frac{1}{n+1} \right), \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (1)$$

Đặt $v_n = u_n - \frac{1}{n+1}$, từ (1) ta suy ra: $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, công bội $q = \frac{2}{3}$.

Suy ra: $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $u_{2020} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2019} + \frac{1}{2021} = \frac{2^{2018}}{3^{2019}} + \frac{1}{2021}$.

II. ĐÁP ÁN BÀI 2- CHƯƠNG IV: GIỚI HẠN HÀM SỐ (KHDH 4 tiết từ tiết 57 đến 60) BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	11.B	21.D	31.B	41.B	51.B
2.D	12.C	22.C	32.C	42.D	52.D
3.C	13.A	23.D	33.B	43.C	53.B
4.C	14.B	24.C	34.A	44.B	54.D
5.D	15.C	25.A	35.B	45.D	55.C
6.D	16.B	26.B	36.C	46.C	56.C
7.C	17.A	27.C	37.A	47.B	57.C
8.D	18.C	28.B	38.A	48.D	58.D
9.C	19.C	29.B	39.B	49.B	59.C
10.D	20.D	30.C	40.A	50.A	60.A

Câu 54: Tìm các giá trị thực của tham số b để hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+1}{x^3-x+6}} & x > 3 \\ b + \sqrt{3} & x \leq 3 \end{cases}$ có giới hạn tại $x = 3$

A. $\sqrt{3}$.

B. $-\sqrt{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{\frac{x^2+1}{x^3-x+6}} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = b + \sqrt{3}$$

Hàm số có giới hạn tại $x = 3 \Leftrightarrow b + \sqrt{3} = \sqrt{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow b = -\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}}$.

Câu 55: Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & x < -\frac{\pi}{2} \\ a \sin x + b & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 2 + \cos x & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ có giới hạn tại $x = -\frac{\pi}{2}$ và $x = \frac{\pi}{2}$. Hệ thức nào

sau đây là đúng?

- A.** $3a - b = 0$. **B.** $3a + b = 0$. **C.** $a - 3b = 0$. **D.** $a + 3b = 0$.

Lời giải

Chọn C.

+ Tại $x = -\frac{\pi}{2}$ ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} \sin x = -1; \quad \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} (a \sin x + b) = -a + b$$

$$\text{Hàm số có giới hạn tại } x = -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) \Leftrightarrow -a + b = -1 \quad (1)$$

+ Tại $x = \frac{\pi}{2}$ ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} (2 + \cos x) = 2; \quad \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} (a \sin x + b) = a + b$$

$$\text{Hàm số có giới hạn tại } x = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) \Leftrightarrow a + b = 2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \begin{cases} -a + b = -1 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 56: Tìm để hàm số. $f(x) = \begin{cases} 5ax^2 + 3x + 2a + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ 1 + x + \sqrt{x^2 + x + 2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ có giới hạn tại $x = 0$.

- A.** $+\infty$ **B.** $-\infty$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** 1

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (5ax^2 + 3x + 2a + 1) = 2a + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (1 + x + \sqrt{x^2 + x + 2}) = 1 + \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } 2a + 1 = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 57: Giá trị của $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax} - 1}{x}$ ($n \in \mathbb{N}^*, a \neq 0$) bằng

- A.** $+\infty$ **B.** $-\infty$ **C.** $\frac{a}{n}$ **D.** $1 - \frac{n}{a}$

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Nhân liên hợp

Ta có:

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[n]{1+ax} - 1)(\sqrt[n]{(1+ax)^{n-1}} + \sqrt[n]{(1+ax)^{n-2}} + \dots + \sqrt[n]{1+ax} + 1)}{x(\sqrt[n]{(1+ax)^{n-1}} + \sqrt[n]{(1+ax)^{n-2}} + \dots + \sqrt[n]{1+ax} + 1)}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt[n]{(1+ax)^{n-1}} + \sqrt[n]{(1+ax)^{n-2}} + \dots + \sqrt[n]{1+ax} + 1} = \frac{a}{n}.$$

Cách 2: Đặt ẩn phụ

$$\text{Đặt } t = \sqrt[n]{1+ax} \Rightarrow x = \frac{t^n - 1}{a} \text{ và } x \rightarrow 0 \Leftrightarrow t \rightarrow 1$$

$$\Rightarrow B = a \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{t^n - 1} = a \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{(t-1)(t^{n-1} + t^{n-2} + \dots + t + 1)} = \frac{a}{n}.$$

Câu 58: Giá trị của $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x} + \sqrt[3]{8x^3 + x - 1}}{\sqrt[4]{x^4 + 3}}$ bằng :

A. $+\infty$

B. $-\infty$

C. $\frac{4}{3}$

D. 4

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| \sqrt{4 + \frac{1}{x}} + x \sqrt[3]{8 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}}}{|x| \sqrt[4]{1 + \frac{3}{x^4}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{x}} + \sqrt[3]{8 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}}}{\sqrt[4]{1 + \frac{3}{x^4}}} = 4$$

Câu 59: Giá trị của $F = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{(2x+1)(3x+1)(4x+1)} - 1}{x}$ bằng :

A. $+\infty$

B. $-\infty$

C. $\frac{9}{n}$

D. 0

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } y = \sqrt[n]{(2x+1)(3x+1)(4x+1)} \Rightarrow y \rightarrow 1 \text{ khi } x \rightarrow 0$$

$$\text{mặt khác: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x+1)(3x+1)(4x+1) - 1}{x} = 9$$

$$\text{Do đó: } F = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{y^n - 1}{x(y^{n-1} + y^{n-2} + \dots + y + 1)} = \frac{9}{n}$$

Câu 60: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{8-x}}{x} & x \geq 0 \\ ax + b - 1 & -2 < x < 0 \\ \frac{x^2 - 4}{x + 2} & x \leq -2 \end{cases}$. Tìm a, b để hàm số cùng có giới hạn tại

$x = -2$ và $x = 0$.

A. $a = \frac{61}{24}, b = \frac{25}{12}$. **B.** $a = \frac{37}{24}, b = \frac{1}{12}$. **C.** $a = \frac{61}{24}, b = \frac{1}{12}$. **D.** $a = \frac{85}{24}, b = \frac{25}{12}$.

Lời giải

Chọn A.

Tại $x = 0$ ta có

• $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax + b - 1) = b - 1$.

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sqrt{x+1} - 2 + 2 - \sqrt[3]{8-x}}{x}$

Mà $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sqrt{x+1} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2(x+1-1)}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{x+1}+1} = 1$.

Và $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{8-8+x}{x(4+2\sqrt[3]{8-x}+\sqrt[3]{(8-x)^2})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{4+2\sqrt[3]{8-x}+\sqrt[3]{(8-x)^2}} = \frac{1}{12}$.

Nên $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = 1 + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}$.

Do đó hàm số có giới hạn tại $x = 0$ khi và chỉ khi

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow b - 1 = \frac{13}{12} \Leftrightarrow b = \frac{25}{12}$. (1)

Tại $x = -2$:

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} (ax + b - 1) = -2a + b - 1$.

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x - 2) = -2 - 2 = -4$.

Do đó hàm số có giới hạn tại $x = -2$ khi và chỉ khi

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) \Leftrightarrow -2a + b - 1 = -4$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: hàm số cùng có giới hạn tại $x = 0$ và $x = -2$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} b = \frac{25}{12} \\ -2a + b - 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{25}{12} \\ a = \frac{61}{24} \end{cases}$$

Vậy với $a = \frac{61}{24}, b = \frac{25}{12}$ thì hàm số cùng có giới hạn tại $x = 0$ và $x = -2$.

PHẦN 2: HÌNH HỌC

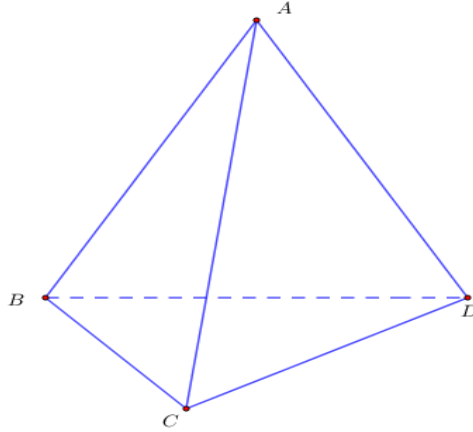
I. BÀI 2-CHƯƠNG III: HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC (KHDH 3 tiết từ tiết 32 đến 34)

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2A	3A	4D	5A	6D	7B	8D	9C	10C
11A	12A	13C	14D	15B	16D	17C	18A	19D	20D
21D	22C	23C	24D	25A	26A	27D	28D	29C	30C

GỢI Ý MỘT SỐ CÂU KHÓ TRONG BÀI

Câu 28: Hướng dẫn giải: **Chọn D**

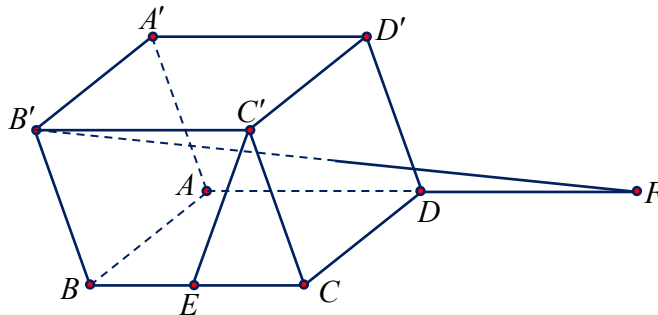


Ta xét tích vô hướng

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = AD \cdot AC \cdot \cos \hat{A} - AD \cdot AB \cdot \cos \hat{A} \\ &= AD \cdot AC \cdot \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2AD \cdot AC} - AD \cdot AB \cdot \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2AD \cdot AB} \\ &= \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2} - \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2} = \frac{AC^2 + BD^2 - CD^2 - AB^2}{2} \\ &= \frac{15a^2 + 10a^2 - 16a^2 - 9a^2}{2} = 0 \Rightarrow AD \perp BC. \end{aligned}$$

Câu 29:

Hướng dẫn giải: **Chọn C.**



ABCD là tứ diện đều cạnh a thì

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = 0 \text{ hay } AD \text{ vuông góc } BC \text{ -với } AD, BC \text{ là cặp cạnh đối diện của tứ diện.}$$

Áp dụng với tứ diện $MNPQ$ đều, ta có $MN \perp PQ$ hay $EC' \perp B'F$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{B'F} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'B} + k\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'B} + k\overrightarrow{B'C'}$$

(k là số thực sao cho $\overrightarrow{AF} = k\overrightarrow{AD}$)

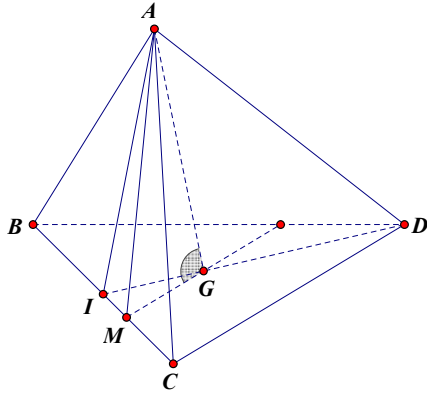
$$\text{Và } \overrightarrow{EC'} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{B'B}$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{EC'} \cdot \overrightarrow{B'F} = -B'B^2 + \frac{k}{2}B'C'^2 = -4 + \frac{k}{2} \cdot 4 = 0 \Rightarrow k = 2 \text{ nên } \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD}$$

Vậy F là điểm trên AD sao D là trung điểm của AF . Do đó $DF = AD = BC = 2 \text{ cm}$.

Câu 30:

Hướng dẫn giải: **Chọn C**



* ΔABC đều $\Rightarrow BC = 1$.

* ΔACD cân tại A có $CD = \sqrt{AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{3}$.

* ΔABD vuông cân tại A có $BD = \sqrt{2}$.

* ΔBCD có $CD^2 = BC^2 + BD^2 \Rightarrow \Delta BCD$ vuông tại B .

Dựng đường thẳng d qua G và song song CD , cắt BC tại M .

Ta có $MG \parallel CD \Rightarrow (AG, CD) = (AG, MG)$.

Gọi I là trung điểm của BC , xét ΔBDI vuông tại B có $DI = \sqrt{BD^2 + BI^2} = \sqrt{2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$.

Ta có $\frac{IM}{IC} = \frac{MG}{CD} = \frac{IG}{ID} = \frac{1}{3} \Rightarrow IM = \frac{1}{3} \cdot IC = \frac{1}{3} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{1}{6}$; $MG = \frac{1}{3} \cdot CD = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $IG = \frac{1}{3} \cdot ID = \frac{1}{2}$.

Xét ΔAIM vuông tại I có $AM = \sqrt{AI^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

$$\cos \widehat{AID} = \frac{AI^2 + ID^2 - AD^2}{2AI \cdot ID} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$$

$$AG = \sqrt{AI^2 + IG^2 - 2AI \cdot IG \cdot \cos \widehat{AID}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Xét ΔAMG có

$$\cos(AG, MG) = \left| \cos \widehat{AGM} \right| = \left| \frac{AG^2 + GM^2 - AM^2}{2 \cdot AG \cdot GM} \right| = \left| \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} \right| = \frac{1}{6}$$

II. ĐÁP ÁN BÀI 3-CHƯƠNG III: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG
(KHDH 3 tiết từ tiết 35 đến 37)
BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2C	3D	4D	5A	6D	7C	8B	9A	10A
11C	12B	13B	14D	15A	16B	17C	18D	19C	20C
21A	22B	23D	24B	25A	26D	27A	28A	29C	30B

GỢI Ý MỘT SỐ CÂU KHÓ TRONG BÀI

Câu 25: H trung điểm AD.

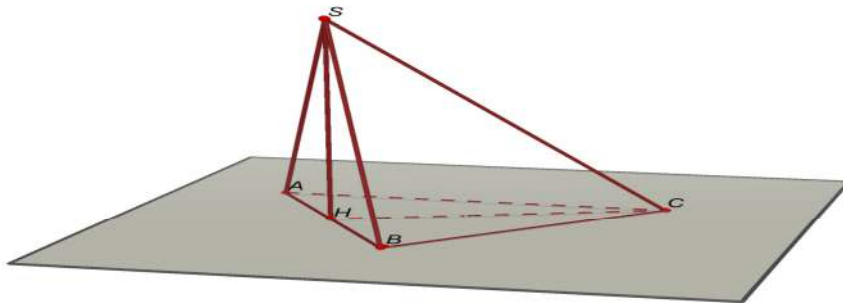
Ta có hệ thức tam giác vuông SAD có $SA^2 = AH \cdot AD$. $\Rightarrow AH = \frac{6a^2}{3a} = 2a$

$$SH^2 = SA^2 - AH^2 \Rightarrow SH = a\sqrt{2}$$

$$\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, CH)} = \widehat{SCH}$$

Trong tam giác vuông DHC ta có $CH = \sqrt{HD^2 + CD^2} = a\sqrt{2}$

Trong tam giác vuông SHC khi đó $\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} = 1$

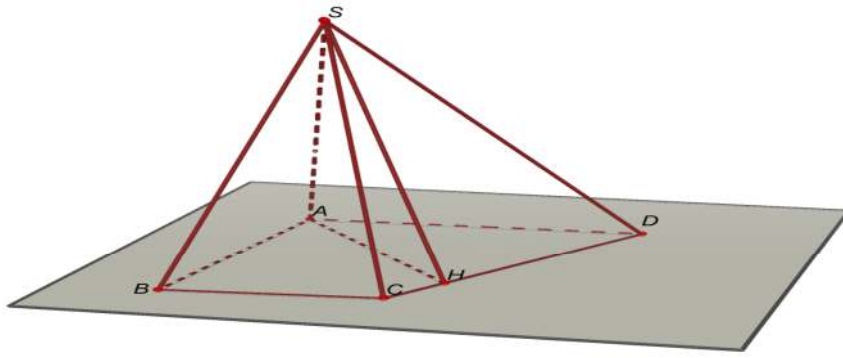


Câu 26: H trung điểm AB. Ta có $SH = a$. $\widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{(SC, CH)} = \widehat{SCH}$

Trong tam giác đều ABC ta có $CH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

Trong tam giác vuông SHC khi đó $\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Ta có $\widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{(SC, CH)} = \widehat{SCH} = 30^\circ$



Câu 27: Ta có $(\widehat{SH, (ABCD)}) = (\widehat{SH, AH}) = \widehat{SHA}$

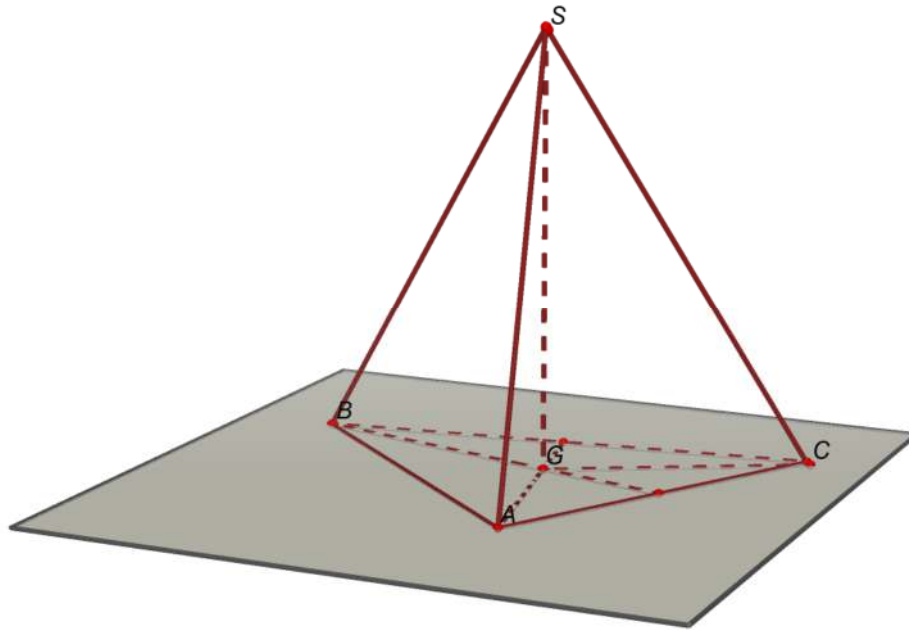
Trong tam giác vuông SAB ta có $SA = a\sqrt{2}$

Dựng hình vuông ABED khi đó $AH = 2AE$ (E hình chiếu vuông góc của A lên BI, I trung điểm AD)

$$\text{Khi đó } \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2}$$

$$AE = \frac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow AH = \frac{4a}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{4a}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

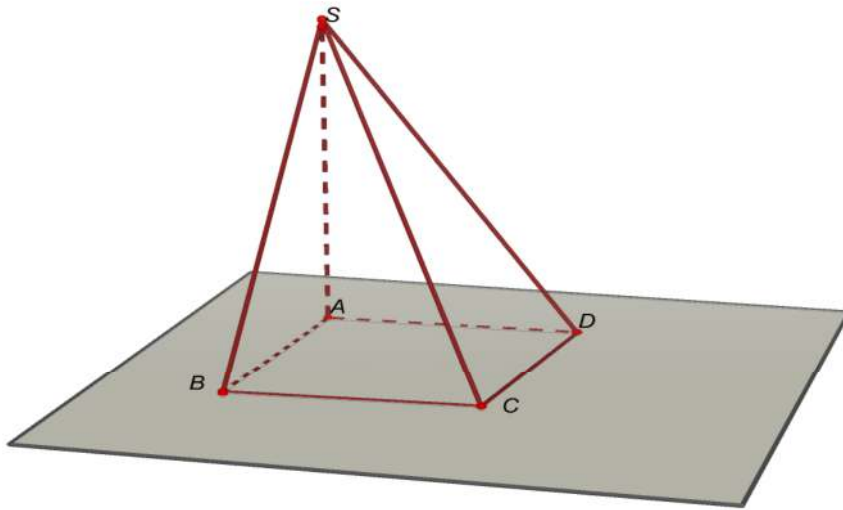


Câu 28: Ta có $\widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{(SC, GC)} = \widehat{SCG}$
 Trong tam giác vuông SCG ta có $SG = CG \cdot \tan SCG =$

$$M \text{ trung điểm } BC \Rightarrow CM = AC \cdot \cos 30 = a \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$$

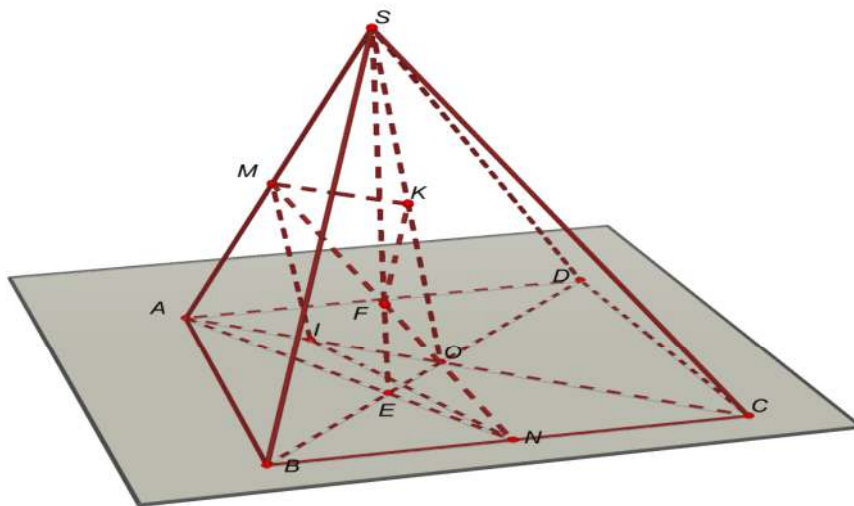
$$\text{Ta có } AM = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2} \Rightarrow MG = \frac{1}{3} AM = \frac{a}{6} \Rightarrow CG = \sqrt{\frac{a^2}{36} + \frac{3a^2}{4}} = \frac{2a\sqrt{7}}{6}$$

$$\text{Vậy } SG = \frac{a\sqrt{7}}{3} \frac{3}{\sqrt{7}} = a$$



Câu 29: Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{(SC, (SAB))} = \widehat{(SC, SB)} = \widehat{CSB}$

$$\tan CSB = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{5a} = \frac{1}{5}$$



Câu 30: I trung điểm AO khi đó $MI \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(MN, (ABCD))} = \widehat{(MN, NI)}$

Ta có $NI = a \frac{\sqrt{10}}{4}$, trong tam giác vuông MIN ta có $MI = NI \tan MNI = a \frac{\sqrt{10}}{4} \sqrt{3}$

Lấy K trung điểm SO để có $MK \perp (SBD)$; AN cắt BD tại E, SE cắt MN tại F

$$\widehat{(MN, (SBD))} = \widehat{(MF, FK)} = \widehat{MFK}$$

Thấy $MK = \frac{1}{2}AO = \frac{a\sqrt{2}}{4}$; tam giác vuông MNI có $MN = NI / \cos 60^\circ = a \frac{\sqrt{10}}{4} \cdot 2 = a \frac{\sqrt{10}}{2}$

$$\text{Ta có: } MF = \frac{1}{2}MN = a \frac{\sqrt{10}}{4} \quad \sin \widehat{MFK} = \frac{KM}{MF} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{a\sqrt{10}}{4}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$